Wavelet境界要素法に基づく面外・面内定常波動伝播解析手法に関する研究

紅露　一寛

1.　はじめに

境界要素法（BEM）による地盤振動・波動伝播解析では，実境界上の離散化を行なうだけ波動放射が表現できるものの，大規模解析への適用が困難であると考えられてきた．wavelet BEM[1)] は，BEMの高速解法の一つで，境界積分方程式の離散化に用いる基底関数をwavelet基底に置き換え，微小な係数成分を切り捨てることで計算効率を高める手法であり，定式化が簡易で比較的容易に解析の効率化が実現できる利点を有する．本研究では，wavelet BEMに基づく面外・面内定常波動伝播解析手法に関して，まず面外定常波動場のwavelet BEMを対象に，離散化により得られる係数行列保存成分数の解析自由度依存性を明らかにする．また，面内定常波動場を対象とした wavelet BEMの定式化・離散化を示し，数値実験を通してその計算効率の改善効果を検証する．

2.　面外定常波動場のwavelet BEMにおける係数行列保存成分数の解析自由度依存性

面外定常波動問題の境界積分方程式において，境界上の面外変位と表面力を非直交 wavelet[1)] を用いた wavelet級数で近似し Galerkin法を適用すると，**U**，**Q**をそれぞれ面外変位，表面力に関するwavelet展開係数を収納したベクトルとした連立一次方程式**HU**＝**GQ**を得る．本研究では，この方程式の係数行列**G**，**H**の微小成分を切り捨て基準値κを用いて切り捨てる場合を対象に，これらの係数行列に関する保存成分数の解析自由度依存性を考察する．係数行列の保存成分数$\mathcal{N}(\mathbf{G})$，$\mathcal{N}(\mathbf{H})$は，係数成分を生成する際に用いた2種類の基底の階層レベル（k_i ,k_j）で特定される小行列$\mathbf{G}_{k_i,k_j}$，$\mathbf{H}_{k_i,k_j}$毎に評価し総和をとることで評価できる．その結果, 切り捨て基準値κがO$(N^{-\beta})$（N: 解析自由度, $\beta>0$）であるとすると，$\mathcal{N}(\mathbf{G})$はO$(N\log N)$，O$(N^{1+\gamma g})$，O$(\mathrm{N}^{\delta g}\log N)$（$\gamma_{\mathrm{g}}$，$\delta_{\mathrm{g}}$: 定数），$\mathcal{N}(\mathbf{H})$はO$(N\log N)$，O$(N^{1+\gamma h})$，O$(\mathrm{N}^{\delta h}\log N)$,（$\gamma_h$，$\delta_h$: 定数）を増加因子とした解析自由度依存性をそれぞれ有していることがわかった．この評価の妥当性は，図1の例題の境界要素解析により検討した．図2，図3は解析により得られた係数行列保存成分数であるが，上述の評価と概ね矛盾しない解析自由度依存性を示している．

3.　面内定常波動場を対象としたwavelet BEMとその計算効率の改善効果

次に，面内定常波動問題を対象とした境界要素解析において，非直交wavelet[1)] を用いた離散化を行なう．面内問題の場合，境界積分方程式の変数は面内変位$\tilde{u}_i(i=1,2)$と表面力$\tilde{t}_i(i=1,2)$となるから，これらを成分ごとにwavelet級数で近似し，積分方程式に代入した上でGalerkin法を適用する．その結果得られた連立一次方程式**HU**＝**GT**（**U**，**T**：面外変位，表面力のwavelet展開係数ベクトル）のうち，係数行列**G**，**H**の微小成分を切り捨てることで計算効率の向上を図る．当該の解析手法による計算効率の改善効果を検証するために，図4の例題の面内定常波動解析を行なった．図5は，既知境界値に関する

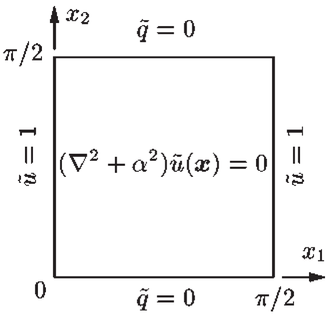

図1　面外波動解析の問題設定（$\alpha=1$）

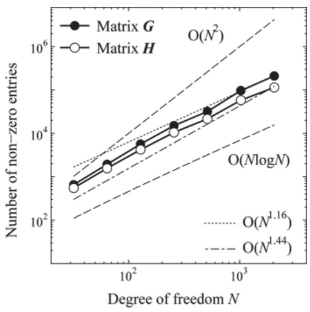

図2　1次ゼロモーメントを有するwaveletを用いた場合の係数行列保存成分数

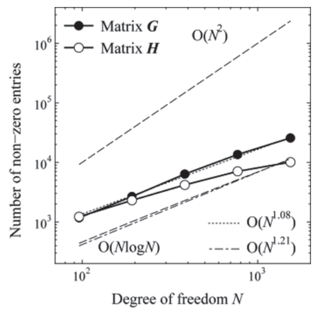

図3　3次ゼロモーメントを有するwaveletを用いた場合の係数行列保存成分数

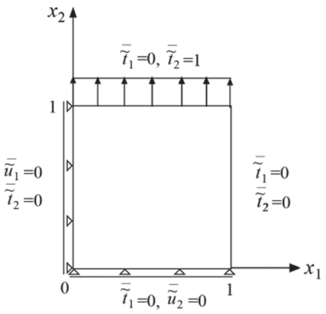

図4　面内波動解析の問題設定

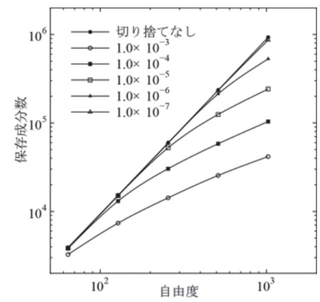

図5　係数行列の保存成分数と解析自由度（面内）

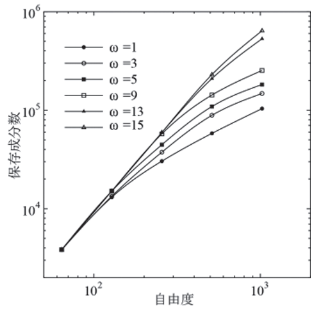

図6　係数行列の保存成分数と円振動数（面内）

項を整理したのちに得られる求解方程式$\mathbf{Ax}=\mathbf{b}$（$\mathbf{x}$，$\mathbf{b}$：未知ベクトル，既知ベクトル）の係数行列$\mathbf{A}$の保存成分数である．なお，円振動数は$\omega=1$に設定した．解析結果より，微小成分の切り捨てにより計算効率の改善が期待できることがわかる．また，係数行列$\mathbf{A}$の保存成分数と円振動数ωの関係を図6に示す．なお，ここでは切り捨て基準値は$\kappa=1.0\times10^{-4}$とした．面外波動問題同様，円振動数が大きくなると，同一の切り捨て基準値の下では係数行列のスパース性が次第に低下することがわかる．

参考文献

1) Koro, K. & Abe, K.: Non-orthogonal spline wavelets for boundary element analysis. *Engrg. Anals. Bound. Elems.*, Vol.25, pp.149-164, 2001.